



Ein mechanisches Modell für Mischung und Oszillationen dreier Neutrino flavors

- 2 Gekoppelte Pendel
- Mischung von 3 Zuständen
- Solare Neutrino Oszillationen
- Atmosphärische Oszillationen
- Effekte von θ_{13}

Michael Kobel
Physikalisches Institut Uni Bonn
DPG Frühjahrstagung
TU Berlin
8.3.2005



Gekoppelte Pendel

- Freie Schwingung eines Pendels mit Masse M :
- Gekoppelte Pendel mit gleicher Länge: 2 Moden

$$\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}$$

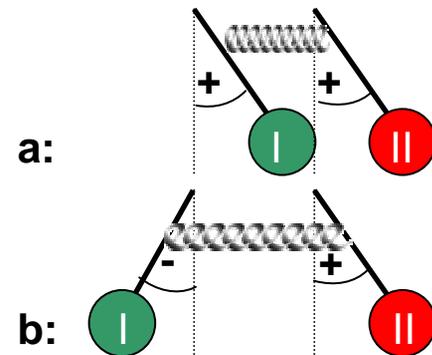
- unterschiedliche Frequenz (Energie)

Mode a (II + I) mit $\omega_a^2 = \omega_0^2$

Mode b (II - I) mit $\omega_b^2 = \omega_0^2 + \Delta\omega^2$

- **Frequenz (Energie) - Unterschied steigt mit steigender Kopplung (!)**

$$\Delta\omega^2 = \frac{k}{2M} \quad (\text{für Feder bei } \ell/2)$$



- 2 Neutrino Flavors, z.B. (μ, τ) , mit maximaler Mischung $\theta = 45^\circ$

- unterschiedliche Masse (Ruhenergie)

$\nu_a = (\nu_\tau + \nu_\mu)/\sqrt{2}$ mit $m_a^2 = m_0^2$

$\nu_b = (\nu_\tau - \nu_\mu)/\sqrt{2}$ mit $m_b^2 = m_0^2 + \Delta m^2$

Oszillationen gekoppelter Pendel



- Anregung eines Pendels ergibt Oszillationen
 - Abwechselnde Schwingung beider Pendel
 - Wechselt umso schneller, je stärker die Kopplung k , d.h. bei
 - ✦ Pendel: je höher der Frequenzunterschied
 - ✦ Neutrinos: je höher der Massenunterschied

- Quantitativ: Oszillationsperiode $T \sim 1/k$

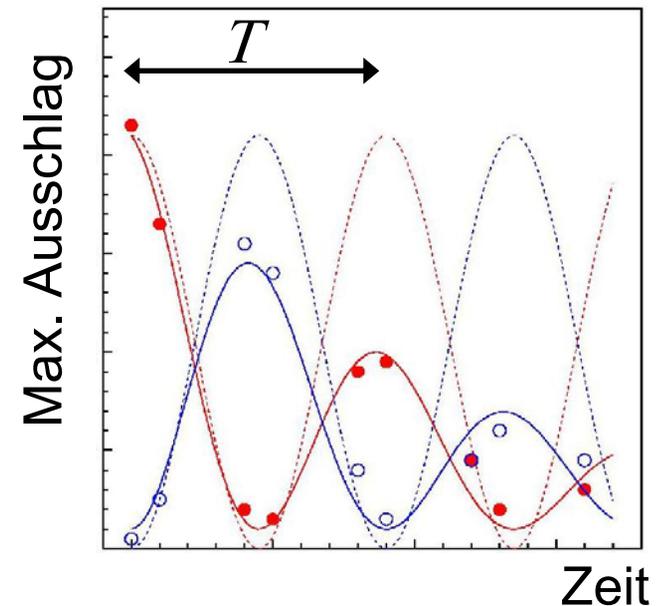
- Pendel:
(kleine $\Delta\omega^2$)
$$T = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} \approx \frac{4\pi\omega_0}{\Delta\omega^2} = \frac{4\pi\omega_0 M}{k}$$

- Neutrinos:
$$T = L = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$$

- Physikalischer Grund:

- Phasenunterschied $\Delta\omega \sim \Delta m^2$
$$\exp(i\omega t) = \exp(iEt) \sim \exp(i(p+m^2/2p)t)$$

$$\hbar = c = 1$$

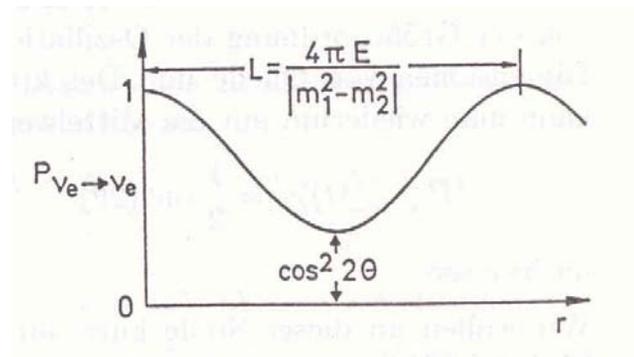


Korrespondenzen



Pendel	Neutrinos
Lineare Schwingung	Kreisbewegung des „Phasenzeigers“
Feste Moden	Massezustände
Mischung wegen Kopplung $\Rightarrow \Delta\omega^2 \sim k/M$	Flavor Mischungsmatrix $\Rightarrow \Delta m^2$
Oszillationsfrequenz der Pendel $\sim \Delta\omega^2$ der festen Moden	Oszillationsfrequenz der Neutrinos $\sim \Delta m^2$ der Massezustände
Amplitude ² jedes Pendels	Wahrscheinlichkeit, Neutrino zu finden

Anmerkung:
nicht-maximale Neutrino Mischung
entspräche Pendel mit $l_{\perp} \neq l_{\parallel}$



3-Generation Neutrinomischung



PMNS Mischungsmatrix (ohne Majorana Phasen)

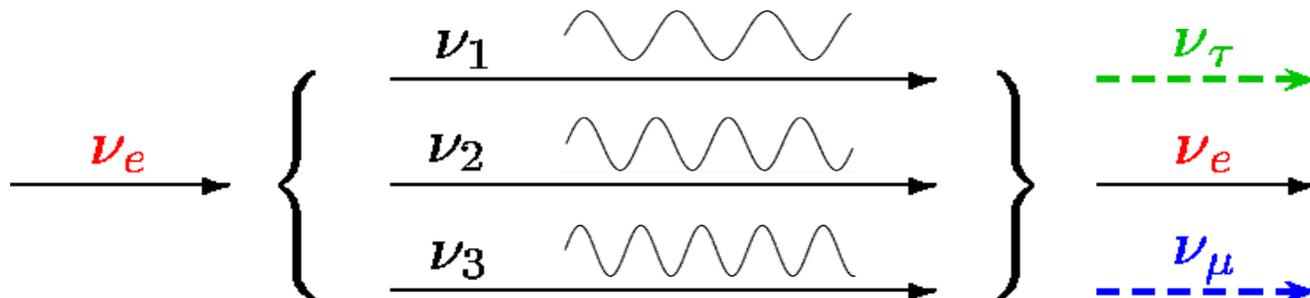
- 3 Mischungswinkel: θ_{12} , θ_{23} , θ_{13}
- 1 CP-verletzende Dirac-Phase: δ

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

θ_{atm}

θ_{13}, δ

θ_{sol}



Derzeitige Werte



$\Delta m_{23}^2 = 2,4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$	$\Delta m_{13}^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$	$\Delta m_{12}^2 = 0,08 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$
„schnelle“ Oszillation		„langsame“ Oszillation
$L_{23} = 1 \text{ km} \times E(\text{MeV})$		$L_{12} = 30 \text{ km} \times E(\text{MeV})$
$\theta_{23} = 45^\circ$	$\theta_{13} < 10^\circ$	$\theta_{12} = 32^{+3}_{-2}^\circ$

● **konsistent mit tri/bi-maximaler Mischung**

$$\theta_{23} = 45^\circ$$

$$\theta_{13} = 0^\circ$$

$$\theta_{12} = 35.3^\circ$$

$$U_{\text{PMNS}} \approx \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Harrison, Perkins, Scott '99,'02
 Z.Xing,'02, He, Zee, '03, Koide '03
 Chang, Kang, Kim '04, Kang '04

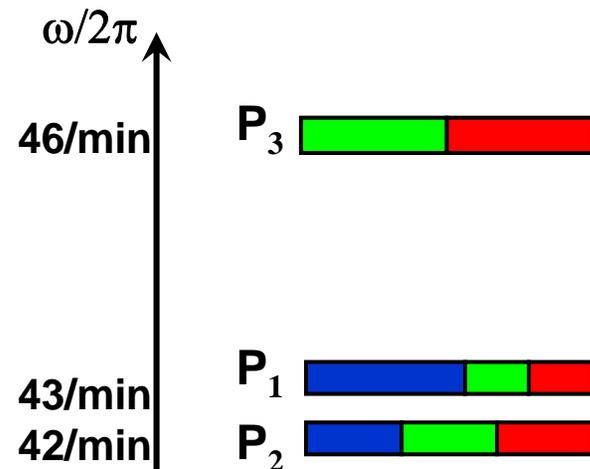
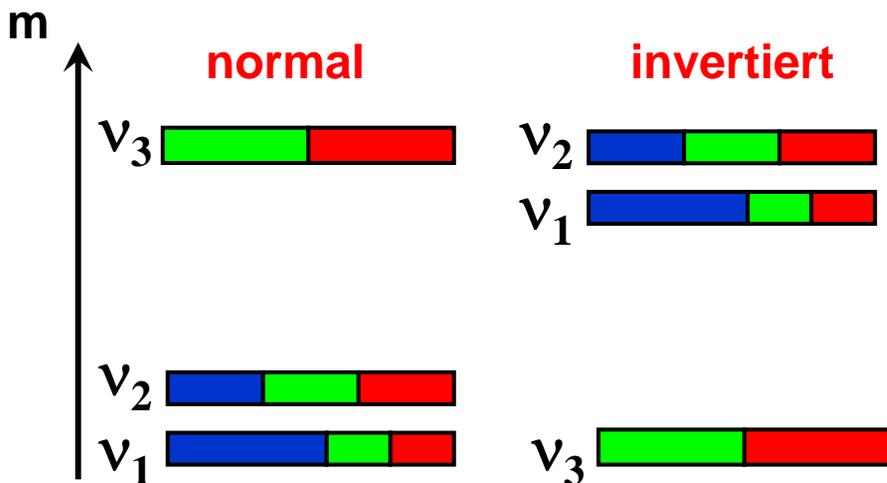
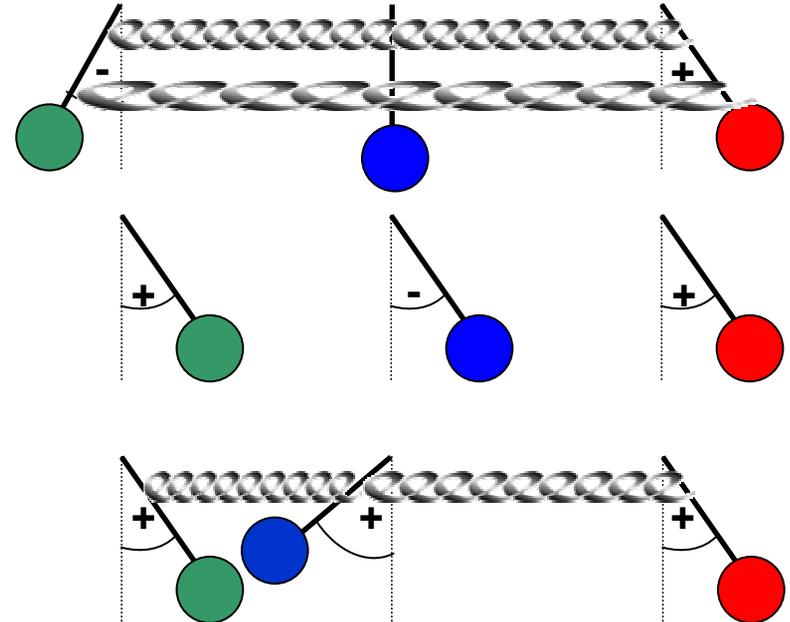
Realisation als gekoppelte Pendel



• $v_3 = (-v_\mu + v_\tau)/\sqrt{2}$

• $v_2 = (-v_e + v_\mu + v_\tau)/\sqrt{3}$

• $v_1 = (2v_e + v_\mu + v_\tau)/\sqrt{6}$

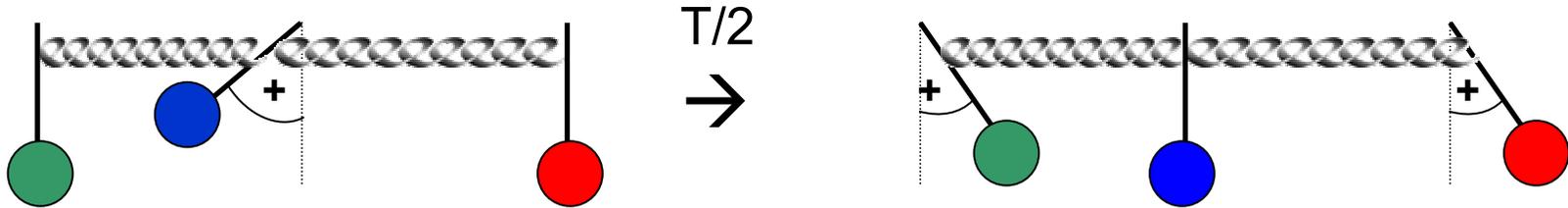


Solare Neutrinos

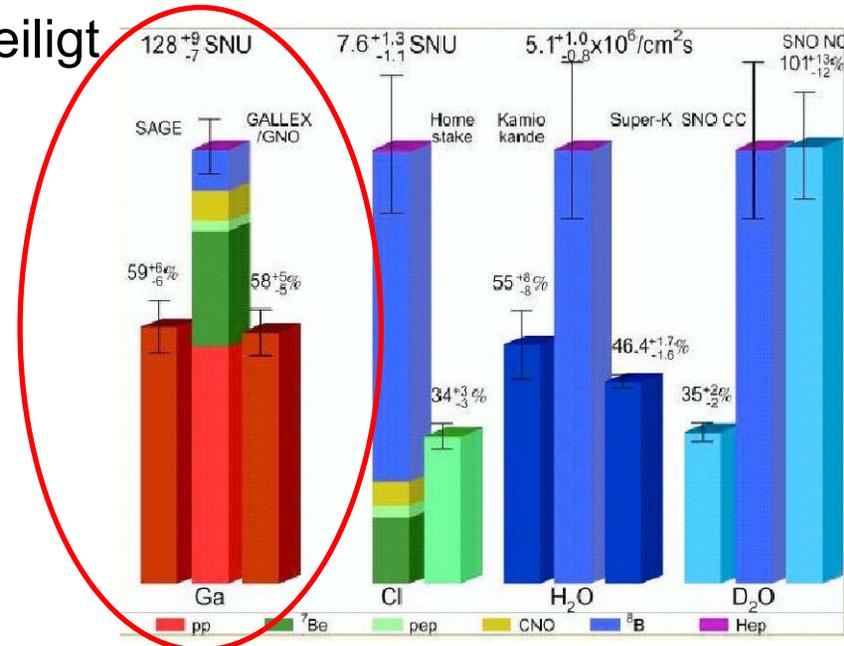
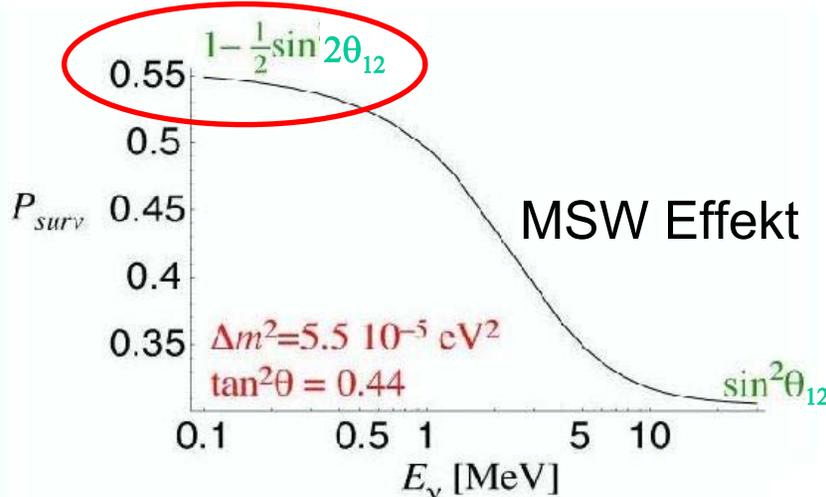


- nukleare Fusion: (ohne MSW Effekt: Produziere 100% ν_e)
 $4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 27 \text{ MeV}$

- Vakuum: langsame Oszillation mit θ_{12} , **Pendel: schwache Federn**



- Anregung von $(\nu_\tau - \nu_\mu)/\sqrt{2}$ nicht möglich, weil ν_e nicht in ν_3
- Oszillation nur zu $(\nu_\tau + \nu_\mu)/\sqrt{2}$
- $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) > 50\%$ da nur ν_1 und ν_2 beteiligt



Atmosphärische Neutrinos



- Kamiokande 2000:

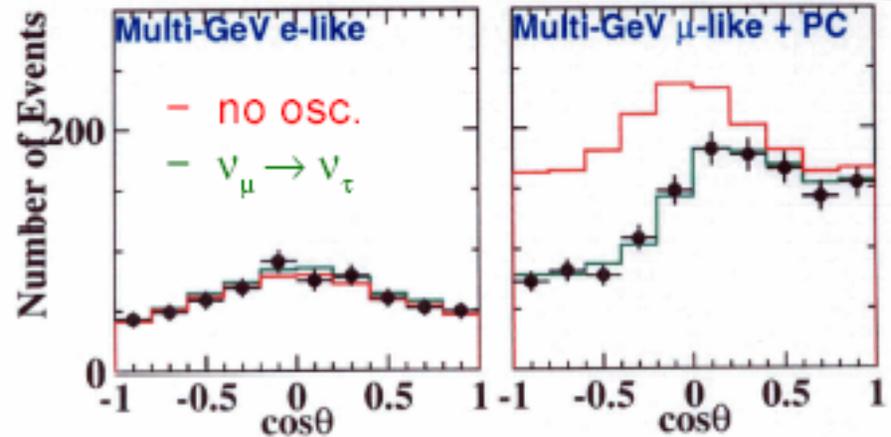
beschrieben als $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$

- Pendel:

ν_e : schwache Feder zu ν_{μ}, ν_{τ}

ν_{μ} : schwache Feder zu ν_e

starke Feder zu ν_{τ}

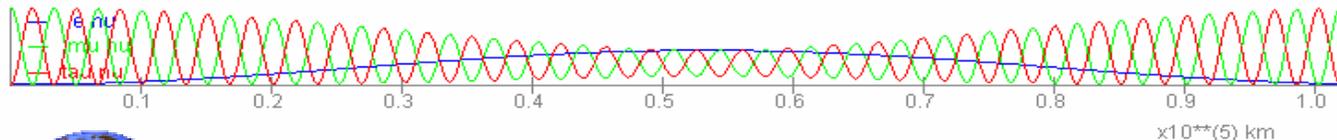


Interactive Neutrino Oscillation Laboratory

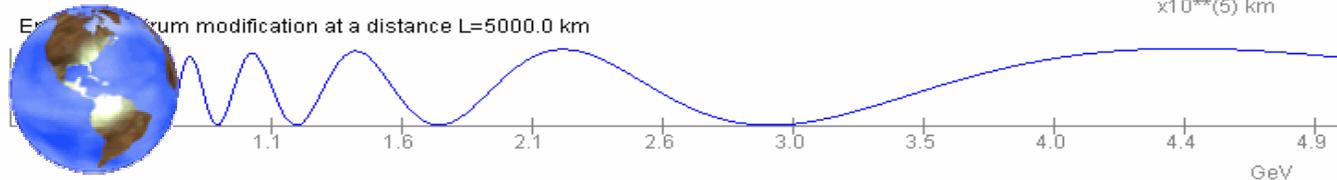
Three Generations Neutrino Oscillations

Adam Para, Fermilab

Appearance/disappearance probability as a function of distance, for $E_{\nu} = 3.0$ GeV



Energy spectrum modification at a distance $L=5000.0$ km



1 = 0.166

2 = 0.333

3 = 0.500

composition of the initial neutrino in terms of mass eigenstates



Mixing Matrix

0.816	0.577	0.0
-0.40	0.577	0.707
0.408	-0.57	0.707

1

2

3

e
mu
tau

e = 0.009

mu = 0

tau = 0.990

composition of the 3.0 GeV flux at 5000. km in terms of flavor states



Quantitativ



- Pendel

$$\frac{T_{\mu \rightarrow e}}{T_{\mu \rightarrow \tau}} = \frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{46 - 43}{43 - 42} \approx \frac{\Delta\omega_{23}^2}{\Delta\omega_{12}^2} \approx 3$$

- Neutrinos

$$\frac{T_{\mu \rightarrow e}}{T_{\mu \rightarrow \tau}} = \frac{L_{\mu \rightarrow e}}{L_{\mu \rightarrow \tau}} \approx \frac{\Delta m_{23}^2}{\Delta m_{12}^2} \approx 30$$

- kleine Imperfektion:

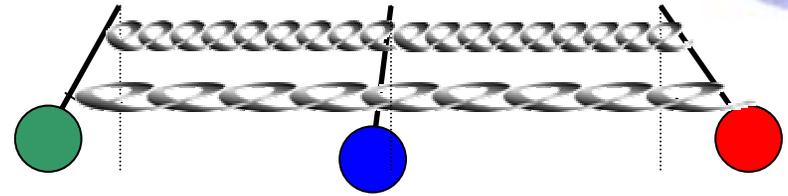
Pendelmischung $\mathbf{v}_e \rightarrow (\mathbf{v}_\tau + \mathbf{v}_\mu)/\sqrt{2}$ ist maximal

Endliches θ_{13}



- ν_e auch in ν_3 vertreten:

$$\nu_3 = (\sin\theta_{13}\nu_e - \nu_\mu + \nu_\tau)/\sqrt{2.x}$$



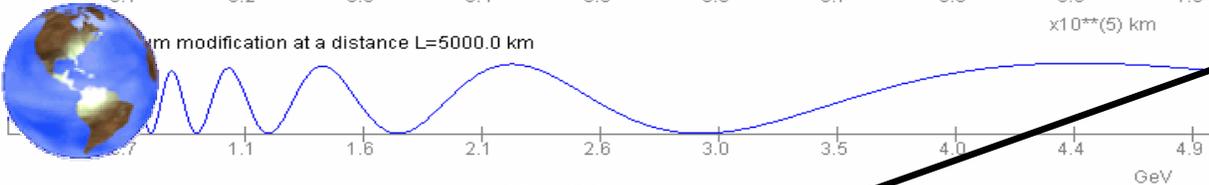
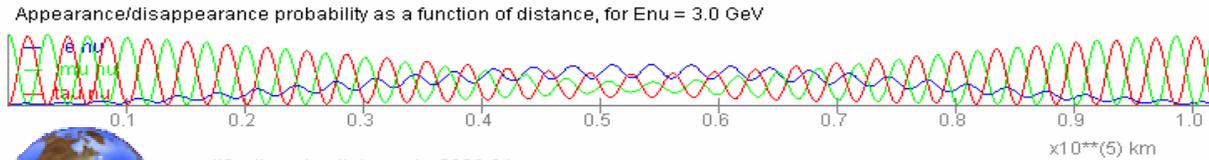
- $(\nu_\tau - \nu_\mu)/\sqrt{2}$ oszilliert mit ν_e

- Athmosphärische $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Appearance und Reaktor $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau + \bar{\nu}_\mu$ Disappearance

- langsam *direkt* über Δm_{12} (schwache Feder)
- schnell moduliert *indirekt* über $\nu_\tau - \nu_\mu$ mit Δm_{23} (starke Feder)

Interactive Neutrino Oscillation Laboratory

Three Generations Neutrino Oscillations Adam Para, Fermilab



$$\sin \theta_{13} = 0.1$$

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.04$$

1 = 0.217
2 = 0.287
3 = 0.495

composition of the initial neutrino in terms of mass eigenstates

Mixing Matrix		
0.812	0.574	0.099
-0.46	0.536	0.703
0.350	-0.61	0.703
1	2	3

e = 0.029
mu = 0
tau = 0.970

composition of the 3.0 GeV flux at 5000. km in terms of flavor states

Zusammenfassung



- Gekoppeltes Pendel simuliert
 - Eigenzustände der bi/tri-maximalen Neutrinomischung (mit geeignetem Vorzeichen)
 - solare und atmosphärische Neutrinooszillationen (ohne MSW Effekt)
 - Massenunterschiede (in unterschiedlicher Reihenfolge)
 - Effekte von endlichem θ_{13}